Prof. Dr.-Ing. Sebastian Stober, Michelle I. Bieber, Jan-Ole Perschewski, Christian Wustrau

# 4. Übungsblatt

## Aufgabe 15 Trainieren von Schwellenwertelementen

Geben Sie den Ablauf des Lernvorgangs mit Online Training (Delta-Regel) eines Schwellenwertelementes für die Boole'sche Funktion $x_1 \to x_2$ an! Am besten mit Hilfe einer Tabelle, die Spalten für die Werte von $x_1$, $x_2$, $d = x_1 \to x_2$, $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}$, $y$, $e$, $\Delta\theta$, $\Delta w_1$, $\Delta w_2$, $\theta$, $w_1$ und $w_2$ enthält. Verwenden Sie als Anfangsbelegung des (erweiterten) Gewichtsvektors $\mathbf{w} = (0, 0, 0)$ und als Lernrate 1. Geben Sie eine geometrische Interpretation des Lernergebnisses an!

Hinweis : Die Aufgabe kann gerne programmiert und visualisiert werden.

## Aufgabe 16 Gradientenverfahren

Suchen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - x_2$ mithilfe des Gradientenverfahrens. Nutzen Sie die Anfangsnäherung $(x_1, x_2) = (0, 0)$ und die Schrittweite $\gamma = 0.2$.

Hinweis : Die Aufgabe kann gerne programmiert und visualisiert werden.

## Aufgabe 17 Funktionsapproximation

a) Geben Sie ein mehrschichtiges Perzeptron mit ca. 10 Neuronen an, das die Funktion $y = x^2$ im Intervall $[0.5, 4.5]$ durch eine Treppenfunktion annähert.

b) Wie kann man diese Näherung verbessern? (Geben Sie zwei Möglichkeiten an.)

## Aufgabe 18 Funktionsapproximation

Wir betrachten die Indikatorfunktion der rationalen Zahlen über der Menge der reellen Zahlen (auch als Dirichlet-Funktion bekannt), d.h. die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \{0, 1\}, \qquad x \mapsto \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Kann diese Funktion durch ein neuronales Netz (mehrschichtiges Perzeptron) beliebig genau angenähert werden?

b) Was zeigt das Ergebnis der Teilaufgabe a) über die Berechnungsfähigkeiten neuronaler Netze?

## Aufgabe 19 Optional: Berechnung von Gradienten

Recherchieren Sie wie Numerische Differentiation zur Berechnung eines Gradienten funktioniert.

Zeigen sie am Beispiel $x_1^2 + x_2$, wie die Verfahren and der Stelle $(1, 1)$ angewendet werden.