

1. Übungsblatt

Aufgabe 1 Vektoren und Normen

Berechnen Sie die L_1 , L_2 und L_∞ Norm von den Vektoren :

- a) $\vec{a} = (6, -2, -3)$,
- b) $\vec{b} = (-2, 11, -10)$,
- c) $\vec{c} = \overline{AB}$ mit $A(1, -2, -3)$ und $B(4, 2, 9)$.

Aufgabe 2 Matrix Grundlagen

Berechnen sie für die Matrix M und den Vektor v :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, v = (1, 2, -1, 1)^T$$

- a) $M \cdot A$
- b) $M \cdot M^T$
- c) $M \cdot v$

Aufgabe 3 Punkte auf einer Ebene

Eine Ebene durch den Punkt P mit dem Ortsvektor \vec{c} , die senkrecht zum Vektor \vec{n} verläuft, hat die Gleichung $(\vec{r} - \vec{r}_0)^T \vec{n} = 0$. Gegeben sind $\vec{r}_0 = (1, -1, 2)$ und $\vec{n} = (1, 2, -3)$. Welche der folgenden Punkte liegen in der Ebene? $P_1(-2, -1, 1)$, $P_2(1, -1, 2)$, $P_3(2, -2, 1)$

Aufgabe 4 Abstand eines Punktes von einer Ebene

Ermitteln Sie eine Formel zur Berechnung des Abstandes eines Punktes P mit dem Ortsvektor \vec{c} von einer Ebene $(\vec{r} - \vec{a})^T \vec{b} = 0$. Berechnen Sie mit dieser Formel den Abstand für folgendes Zahlenbeispiel: $\vec{a} = (-1, -1, -1)$, $\vec{b} = (4, -2, 3)$, $\vec{c} = (3, 14, -6)$.

Aufgabe 5 Hesse'sche Normalform

Bringen Sie folgende Lineargleichungen auf die Hesse'sche Normalform $\vec{r} \cdot \vec{n}_0 - d = 0$:

- a) $3x - 4y - 20 = 0$,
- b) $x + y + 3 = 0$,

c) $y = mx + n$ mit $n < 0$.

Aufgabe 6 Abstände zu Geraden

a) Welchen Abstand hat der Ursprung von der Geraden $12x - 5y + 39 = 0$?

b) Welchen Abstand hat $P_1(4, 3)$ von der Geraden, welche die Koordinatenachsen bei $x = \frac{10}{3}$ und $y = 2.5$ schneidet?

c) Welchen Abstand haben die Parallelen $2x - 3y = 6$ und $4x - 6y = 25$ voneinander?

Aufgabe 7 Ebenengleichung

Welche Ebene durch $\vec{r}_0 = (-3, 0, 2)$ ist senkrecht zur Geraden $\vec{r} = (-1, -2, 0) + t(1, 1, -1)$ für $t \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 8 Ableitungen

Bestimmen Sie für die gegebenen Funktionen die angegebenen partiellen Ableitungen.

a)

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 2$$

Partielle Ableitungen : $\frac{\partial f}{\partial x}$

b)

$$g(x) = (\sqrt{x})^3 + x \cdot \ln x$$

Partielle Ableitungen : $\frac{\partial g}{\partial x}$

c)

$$h(x, w_1, w_2, b_1, b_2) = w_2 \cdot \ln(1 + e^{(w_1 \cdot x + b_1)}) + b_2$$

Partielle Ableitungen : $\frac{\partial h}{\partial w_1}, \frac{\partial h}{\partial w_2}, \frac{\partial h}{\partial b_1}, \frac{\partial h}{\partial b_2}$